



PIANI DI STUDIO DI ISTITUTO-SECONDO CICLO ISTITUTO SUPERIORE DI PRIMIERO

Corso: Liceo Scientifico delle Scienze Applicate - Disciplina: Matematica - 2° biennio del secondo ciclo

1 Premessa:

Nel corso del secondo biennio l'insegnamento della matematica prosegue ed amplia il processo di preparazione scientifica e culturale dei giovani già avviato nel primo biennio; concorre insieme alle altre discipline allo sviluppo dello spirito critico ed alla loro promozione umana ed intellettuale.

In questa fase della vita scolastica lo studio della matematica cura e sviluppa in particolare:

- l'acquisizione di conoscenze a livelli più elevati di astrazione e di formalizzazione;
- la capacità di cogliere i caratteri distintivi dei vari linguaggi (teorico-naturali, formali, artificiali);
- la capacità di utilizzare metodi, strumenti e modelli matematici in situazioni diverse;
- l'attitudine a riesaminare criticamente ed a sistemare logicamente le conoscenze acquisite nel tempo;
- l'interesse sempre più vivo nel cogliere gli sviluppi storico-filosofici del pensiero matematico.

Queste finalità si integrano con quelle proprie delle altre discipline di modo che l'insegnamento della matematica, pur conservando la propria autonomia metodologica, concorra in forma interdisciplinare alla formazione culturale degli allievi.

COMPETENZE al termine del 2° biennio del secondo ciclo

2 Obiettivi di Competenza

Obiettivo principale dell'insegnamento della matematica, nel corso degli anni, è quello di potenziare ulteriormente e sviluppare le attitudini degli studenti, in modo che essi possano acquisire un "metodo di ricerca" e della mentalità matematica che consentirà loro di affrontare positivamente gli studi scientifiche a livello universitario.

Le attività didattiche sono volte alla formazione e al consolidamento delle seguenti competenze.

- esprimere le proprie conoscenze in modo chiaro e scorrevole, utilizzando in modo corretto il linguaggio specifico
- operare collegamenti e deduzioni logiche
- rielaborare in modo critico le proprie conoscenze e operare sintesi
- utilizzare conoscenze e competenze per la risoluzione di problemi di vario tipo, individuando la strategia migliore
- operare con simbolismo matematico, riconoscendo le regole

2.a Competenze del sistema di Istruzione Trentino

- 1) Utilizzare i metodi e gli strumenti concettuali e operativi dell'analisi matematica per affrontare situazioni interne ed esterne alla matematica, in particolare di natura fisica
- 2) Rappresentare e analizzare figure geometriche in forma analitica
- 3) Esaminare e costruire modelli matematici, evidenziandone il significato e il valore conoscitivo

2.b Ulteriori Competenze

- A) Saper analizzare e discutere le situazioni
- B) Saper tradurre un problema reale in un modello matematico, studiarlo e interpretarne i risultati.

Articolazione delle conoscenze e abilità

3 Moduli didattici

Al fine di raggiungere gli obiettivi di competenza di cui sopra vengono messi in atto i seguenti moduli didattici

Modulo 1

Modulo: **INTEGRAZIONI E COMPLETAMENTO DI ALGEBRA.**

I MODULI O VALORI ASSOLUTI:

- Definizione ed esplicitazione del modulo.

- Equazioni e disequazioni con valori assoluti.
- Esercizi relativi.

SISTEMI DI EQUAZIONI DI GRADO SUPERIORE AL PRIMO IN R:

- Sistemi di secondo grado.
- Sistemi simmetrici.
- Sistemi di grado superiore al secondo riconducibili a simmetrici.
- Particolari sistemi di equazioni di grado superiore al secondo.
- Sistemi che si risolvono con artifici.
- Sistemi di equazioni a più di due incognite e di grado superiore al secondo.
- Applicazione dei sistemi alla risoluzione di problemi.
- Esercizi relativi.

EQUAZIONI IRRAZIONALI IN R:

- Equazioni irrazionali contenenti radicali quadratici.
 - Condizioni di esistenza e dominio.
 - Esempi di equazioni di vario tipo.
 - Equazioni irrazionali contenenti radicali cubici.
 - Elevamento a potenza n-esima dei due membri di una equazione.
 - Disequazioni irrazionali particolari
 - Disequazioni irrazionali intere e fratte e problematiche di risoluzione
- Esercizi relativi.

Competenze alla formazione delle quali contribuisce il modulo:

- Saper padroneggiare le tecniche e le procedure del calcolo algebrico e saperle applicare.
- Individuare le strategie più appropriate per la soluzione di problemi di vario tipo giustificando il procedimento seguito e utilizzando in modo corretto i linguaggi specifici.

Conoscenze	Abilità
<ul style="list-style-type: none"> • Concetto di modulo e sua esplicitazione • Metodi per risolvere equazioni e disequazioni con moduli • Grado di un sistema • Riconoscimento dei sistemi simmetrici • Metodi di risoluzione dei sistemi • Differenza di approccio tra indice pari e dispari nelle equazioni e disequazioni irrazionali • Problematiche e metodi per la risoluzione di equazioni e disequazioni irrazionali • Equazioni irrazionali intere e fratte e problematiche di risoluzione 	<ul style="list-style-type: none"> • Saper individuare il metodo conveniente per risolvere una equazione e disequazione con moduli • Saper risolvere equazioni e disequazioni con moduli • Saper risolvere un sistema di secondo grado • Saper risolvere un sistema simmetrico • Saper individuare l'artificio più appropriato per risolvere un sistema • Saper risolvere problemi con l'ausilio di sistemi • Saper calcolare le C.E. delle equazioni irrazionali • Saper risolvere equazioni e disequazioni irrazionali di diverso indice.

- Disequazioni irrazionali intere e fratte e problematiche di risoluzione

Modulo 2

Modulo: **GONIOMETRIA**

ANGOLI E SISTEMI DI RIFERIMENTO.

- Definizione di angolo.
- Angoli orientati e loro misura: gradi e radianti.
- Applicazione del radiante per il calcolo della lunghezza di archi e dell'area di settori circolari
- Sistema di riferimento cartesiano e circonferenza goniometrica

TEORIA DELLE FUNZIONI GONIOMETRICHE

- Definizione di seno, coseno, tangente, cotangente, secante e cosecante di un angolo.
- Relazioni goniometriche fondamentali.
- Significato delle funzioni goniometriche, loro rappresentazioni sulla circonferenza goniometrica.
- Calcolo delle funzioni goniometriche di angoli particolari.
- Periodicità.
- Relazioni fra gli archi associati.
- Riduzione al primo quadrante.
- Grafico cartesiano delle funzioni goniometriche
- Espressioni con funzioni goniometriche
- Identità goniometriche
- Esercizi relativi.

FORMULE GONIOMETRICHE

- Formule di addizione, sottrazione e duplicazione.
- Formule di bisezione e parametriche.
- Formule di prostaferesi e Werner.
- Esercizi relativi.

EQUAZIONI E DISEQUAZIONI GONIOMETRICHE

- Equazioni e disequazioni elementari (risoluzione algebrica e grafica).
- Applicazione delle formule goniometriche nella soluzione di equazioni.
- Equazioni lineari, omogenee di secondo e di quarto grado, irrazionali, con termini in valore assoluto. Disequazioni intere e fratte.
- Applicazioni nella risoluzione dei problemi.
- Esercizi relativi.

Competenze alla formazione delle quali contribuisce il modulo:

- Utilizzare il radiante come supporto al calcolo nel cerchio
- Utilizzare le funzioni goniometriche come supporto alla geometria per risolvere questioni reali.

Conoscenze	Abilità
<ul style="list-style-type: none"> • Definizione di angolo radiante • Angoli notevoli • Definizione di funzione goniometrica • Grafici elementari delle funzioni goniometriche • Relazioni fondamentali e notevoli • Archi associati • Espressioni e identità • Formule goniometriche • Equazioni goniometriche di diversi tipi • Disequazioni goniometriche • Sistemi con funzioni goniometriche 	<ul style="list-style-type: none"> • Saper operare con i radianti per calcolare aree e perimetri di parti di cerchio • Saper dimostrare le relazioni fondamentali • Saper individuare e operare con angoli notevoli • Saper dimostrare identità goniometriche • Saper dimostrare le formule goniometriche • Utilizzare le formule e le relazioni goniometriche per semplificare espressioni • Saper risolvere equazioni goniometriche • Saper risolvere disequazioni goniometriche

Modulo 3

Modulo: **TRIGONOMETRIA**

- **Triangoli rettangoli:** relazioni tra lati e angoli di un triangolo, teoremi sui triangoli rettangoli, risoluzione dei triangoli rettangoli, area di un triangolo.
- **Triangoli qualsiasi:** teorema della corda in una circonferenza, teorema del coseno o di Carnot, teoremi dei seni, risoluzione dei triangoli qualsiasi.
- **Applicazione pratiche della trigonometria.**
- Esercizi relativi.

Competenze alla formazione delle quali contribuisce il modulo:

- Saper modellizzare e operare in contesti dove interviene la misura degli angoli

Conoscenze	Abilità
<ul style="list-style-type: none"> • Teoremi sui triangoli rettangoli • Teorema della corda e area del triangolo • Teoremi sui triangoli qualsiasi • Problemi sui triangoli rettangoli e sui triangoli qualsiasi di geometria piana 	<ul style="list-style-type: none"> • Saper dimostrare e applicare i teoremi sui triangoli rettangoli • Saper dimostrare e applicare i teorema della corda • Saper calcolare l'area di un triangolo • Saper dimostrare e applicare i teoremi sui triangoli qualsiasi • Saper risolvere problemi relativi a triangoli e altre figure piane • Saper applicare la trigonometria per risolvere problemi dedotti dal mondo reale

Modulo 4

Modulo: GEOMETRIA ANALITICA.

INTRODUZIONE

- Il piano Cartesiano: definizioni fondamentali
- Distanza tra due punti e punto medio di un segmento
- Segmenti di retta orientata, calcolo del baricentro di un triangolo
- Calcolo di perimetro e area di un triangolo
- Esercizi relativi

EQUAZIONE DELLA RETTA

- La retta sul piano cartesiano
- Significato goniometrico del coefficiente angolare e angolo fra rette.
- Significato geometrico di q .
- Condizioni di parallelismo e di perpendicolarità.
- Distanza di un punto da una retta.
- Posizioni reciproche di due rette.
- Fasci di rette propri, impropri, analisi di fasci costruiti tramite combinazione lineare di rette.
- Cenni sui luoghi geometrici, le bisettrici e gli assi come luoghi geometrici.
- Punti e rette notevoli del triangolo: baricentro e mediane, incentro e bisettrici, circocentro ed assi, ortocentro ed altezze.
- Esercizi relativi.

EQUAZIONE DELLA CIRCONFERENZA

- La circonferenza sul piano cartesiano
- Definizione come luogo geometrico.
- Equazione normale, coordinate del centro e lunghezza del raggio, condizioni di realtà, circonferenze degeneri.
- Tangenti ad una circonferenza.
- Posizioni particolari delle circonferenze con riferimento alla forma delle loro equazioni; problemi sulle corde.
- Posizione reciproca di due circonferenze; fasci di circonferenze: combinazioni lineari, circonferenze degeneri, punti base, asse radicale e asse centrale, circonferenze concentriche.
- Fasci di circonferenze tangenti ad una retta in un punto.
- Esercizi relativi.

EQUAZIONE DELLA PARABOLA

- La parabola sul piano cartesiano
- definizione come luogo geometrico

- equazione normale di parabole con asse di simmetria parallelo agli assi, coordinate del vertice e del fuoco e posizione dell'asse e della direttrice, tangenti ad una parabola.
- fasci di parabole: combinazioni lineari, parabole degeneri, punti base, fasci di parabole tangenti ad una retta in un punto.
- Risoluzione grafica di particolari equazioni e disequazioni irrazionali. Area del segmento parabolico: Teorema di Archimede. Luogo geometrico dei vertici. Equazione parametrica e algebrica.
- Esercizi relativi.

EQUAZIONE DELL'ELLISSE

- L'ellisse sul piano cartesiano
- Definizione come luogo geometrico, equazione normale di ellisse riferita al centro e agli assi di simmetria, coordinate dei fuochi.
- Tangenti ad una ellisse.
- Eccentricità, suo significato geometrico.
- Esercizi relativi.

EQUAZIONE DELL'IPERBOLE

- L'iperbole sul piano cartesiano
- Definizione come luogo geometrico, equazione normale dell'iperbole riferita al centro e agli assi, coordinate dei fuochi e posizioni degli asintoti.
- Iperboli equilateri.
- Eccentricità, suo significato geometrico.
- Tangenti ad una iperbole; iperboli traslate; funzione omografica.
- Esercizi relativi.

TRASFORMAZIONI GEOMETRICHE DEL PIANO CARTESIANO

- Le isometrie del piano: traslazione, simmetria assiale e centrale, rotazione.
- Trasformazioni non isometriche: omotetie, dilatazioni, similitudini.
- Composizione di trasformazioni; trasformazioni di grafici.
- Affinità: caratteristiche principali, determinazione delle affinità inverse; classificazioni. Punti uniti, rette unite e fisse.
- rappresentazione grafica delle funzioni goniometriche: elementari, con valori assoluti, che hanno subito traslazioni e/o dilatazioni.
- Esercizi relativi.

Competenze alla formazione delle quali contribuisce il modulo:

- Rappresentare e analizzare figure geometriche del piano, sia in forma sintetica che analitica e geometrica.
- Individuare e studiare problematiche relative a rette e coniche in contesti reali.

Conoscenze	Abilità
<ul style="list-style-type: none"> • Perimetro, area di un triangolo nel piano cartesiano • Baricentro, incentro, ortocentro e circocentro di un triangolo • La retta nel piano cartesiano • Distanza punto retta 	<ul style="list-style-type: none"> • Applicare le formule relative a punti, segmenti e rette • Risolvere problematiche relative alla retta anche derivate da problemi reali • Riconoscere le equazioni delle coniche e tracciarne il relativo grafico nel piano cartesiano

<ul style="list-style-type: none"> • Parallelismo e perpendicolarità • Fasci di rette • Definizione di luogo geometrico • Bisettrice di un angolo e asse di un segmento • Definizione di conica • Definizione di circonferenza, parabola, ellisse e iperbole • Equazioni e grafici • Posizione retta conica • Fasci di circonferenze e parabole • Discussione sistema misto • Ellisse e iperbole traslate • Iperbole equilatera • Funzione omografica • Funzioni da coniche • Integrazioni di geometria euclidea piana • simmetrie, traslazioni, rotazioni e dilatazioni applicate alle coniche 	<ul style="list-style-type: none"> • Interpretare e risolvere problemi sulle coniche derivati dal mondo reale • Risolvere problematiche relative alla geometria analitica ed euclidea piana • Interpretare graficamente equazioni e disequazioni • Saper rappresentare funzioni derivate da coniche • Saper calcolare analiticamente e geometricamente la conica ottenuta per simmetria, traslazione e rotazione • Saper risolvere problemi dove intervengono più coniche
---	---

Modulo 5

Modulo: <u>ESPOENZIALI E LOGARITMI.</u>	
<ul style="list-style-type: none"> • Potenze ad esponente razionale, irrazionale e reale. • Il numero di Nepero e. • Funzione esponenziale. Grafico, proprietà, dominio e condominio. • Equazioni e disequazioni esponenziali. • Definizione di logaritmo. Logaritmi decimali e naturali. • Proprietà dei logaritmi e cambiamento di base. • Funzione logaritmo. Grafico, dominio e condominio. • Equazioni e disequazioni esponenziali risolubili con i logaritmi. • Equazioni e disequazioni logaritmiche. • Esercizi relativi. 	
Competenze alla formazione delle quali contribuisce il modulo:	
<ul style="list-style-type: none"> • Saper interpretare il significato e le conseguenze di fenomeni dove intervengono esponenziali e logaritmi 	
Conoscenze	Abilità
<ul style="list-style-type: none"> • Definizione di potenze ad esponente reale • Equazioni esponenziali e definizione di logaritmo • Funzione esponenziali e grafico 	<ul style="list-style-type: none"> • Saper risolvere equazioni e disequazioni esponenziali e logaritmiche. • Saper tracciare i grafici relativi.

- Proprietà dei logaritmi
- Funzione logaritmica e grafico
- Equazioni logaritmiche
- Disequazioni esponenziali e logaritmiche

Modulo 7

Modulo: **VETTORI E NUMERI COMPLESSI**

VETTORI

- Definizione, componenti cartesiane, versori del piano e dello spazio.
- Operazioni con i vettori, il prodotto scalare e le sue proprietà, il prodotto vettoriale e le sue proprietà, il prodotto misto.
- Significato geometrico del modulo del prodotto vettoriale, del prodotto scalare e del prodotto misto; Volumi di parallelepipedi, tetraedri e piramidi a base parallelogramma.
- Esercizi relativi.

NUMERI COMPLESSI

- Definizione e rappresentazione geometrica.
- Modulo e argomento
- Rappresentazione trigonometrica
- Operazioni con i numeri complessi: somma, sottrazione, prodotto e quoziente.
- Potenze e radici n-esima di un numero complesso.
- Esercizi relativi

Competenze alla formazione delle quali contribuisce il modulo:

- Utilizzo del concetto di vettore per applicazioni alla fisica.
- Utilizzo dei numeri complessi come supporto al calcolo vettoriale

Conoscenze	Abilità
<ul style="list-style-type: none"> • Concetto di vettore • Operazioni con i vettori • Significato geometrico • Numero complesso e sue rappresentazioni 	<ul style="list-style-type: none"> • Saper operare con i vettori • Saper interpretare e calcolare volumi con il calcolo vettoriale • Saper operare e rappresentare i numeri complessi

Modulo 8

Modulo: **GEOMETRIA EUCLIDEA DELLO SPAZIO.**

<ul style="list-style-type: none"> • Punti, rette e piani nello spazio. • Le trasformazioni geometriche. • I poliedri. • I solidi di rotazione. • Le aree dei solidi notevoli. • L'estensione e l'equivalenza dei solidi: il principio di Cavalieri. • Solidi platonici e teorema di Eulero. • Esercizi relativi. 	
Competenze alla formazione delle quali contribuisce il modulo: <ul style="list-style-type: none"> • Interpretare i diversi raggruppamenti di oggetti in diversi contesti 	
Conoscenze	Abilità
<ul style="list-style-type: none"> • Figure nello spazio • Poliedri e solidi nello spazio • Il principio di cavalieri • I solidi platonici 	<ul style="list-style-type: none"> • Saper calcolare aree laterali e volumi di solidi nello spazio • Saper utilizzare il teorema di Cavalieri • Saper utilizzare il teorema di Eulero

Modulo 9

Modulo: <u>ELEMENTI DI CALCOLO COMBINATORIO</u>	
<ul style="list-style-type: none"> • Fattoriale di un numero naturale. • Definizione di coefficiente binomiale. • Permutazioni, disposizioni e combinazioni semplici e con ripetizione • Binomio di Newton e sviluppo della potenza di un binomio. • Esercizi relativi. 	
Competenze alla formazione delle quali contribuisce il modulo: <ul style="list-style-type: none"> • Interpretare i diversi raggruppamenti di oggetti in diversi contesti 	
Conoscenze	Abilità
<ul style="list-style-type: none"> • Fattoriale • Coefficiente binomiale • Permutazioni, disposizioni e combinazioni • Binomio di Newton 	<ul style="list-style-type: none"> • Saper identificare e calcolare permutazioni, disposizioni e combinazioni semplici e con ripetizione in semplici contesti applicativi.

Modulo 10

Modulo: PROBABILITA'

- Eventi
- Concezione classica della probabilità
- Probabilità e calcolo combinatorio
- Eventi compatibili e incompatibili
- Intersezione di eventi e somma logica di eventi
- Eventi dipendenti e indipendenti
- Probabilità condizionata
- Prodotto logico di eventi
- Problema delle prove ripetute
- Teorema di Bayes
- Concezione statistica della probabilità e legge empirica del caso
- Concezione soggettiva della probabilità
- Impostazione assiomatica della probabilità.
- Esercizi relativi.

Competenze alla formazione delle quali contribuisce il modulo:

- Capire le diverse concezioni di probabilità.
- Riconoscere gli eventi e calcolare la probabilità in diverse situazioni.
- Utilizzare il calcolo combinatorio per il calcolo della probabilità.

Conoscenze	Abilità
<ul style="list-style-type: none"> • Definizione di evento e concetto di probabilità • Concezione classica e riconoscimento degli eventi • Probabilità condizionata • Teorema di Bayes • Concezione statistica e soggettiva di probabilità • Gli assiomi della probabilità 	<ul style="list-style-type: none"> • Saper riconoscere gli eventi • Saper calcolare la probabilità anche con l'ausilio del calcolo combinatorio • Utilizzare il teorema di Bayes • Applicare il concetto di probabilità a problemi reali e calcolarne la probabilità di eventi.