



PIANI DI STUDIO DI ISTITUTO-SECONDO CICLO

ISTITUTO SUPERIORE DI PRIMIERO

Corso: Liceo Scientifico delle Scienze Applicate - Disciplina: Matematica - 5°anno del secondo ciclo

1 Premessa:

Nel corso del quinto anno l'insegnamento della matematica prosegue ed amplia il processo di preparazione scientifica e culturale dei giovani già avviato nel secondo biennio; concorre insieme alle altre discipline allo sviluppo dello spirito critico ed alla loro promozione umana ed intellettuale.

In questa fase della vita scolastica lo studio della matematica cura e sviluppa in particolare:

- l'acquisizione di conoscenze a livelli più elevati di astrazione e di formalizzazione;
- la capacità di cogliere i caratteri distintivi dei vari linguaggi (teorico-naturali, formali, artificiali);
- la capacità di utilizzare metodi, strumenti e modelli matematici in situazioni diverse;
- l'attitudine a riesaminare criticamente ed a sistemare logicamente le conoscenze acquisite nel tempo;
- l'interesse sempre più vivo nel cogliere gli sviluppi storico-filosofici del pensiero matematico.

Queste finalità si integrano con quelle proprie delle altre discipline del triennio di modo che l'insegnamento della matematica, pur conservando la propria autonomia metodologica, concorra in forma interdisciplinare alla formazione culturale degli allievi.

COMPETENZE al termine del 5° anno

Obiettivo principale dell'insegnamento della matematica, nel corso degli anni, è quello di potenziare ulteriormente e sviluppare le attitudini degli studenti, in modo che essi possano acquisire un "metodo di ricerca" e della mentalità matematica che consentirà loro di affrontare positivamente gli studi scientifiche a livello universitario.

Le attività didattiche sono volte alla formazione e al consolidamento delle seguenti competenze.

- esprimere le proprie conoscenze in modo chiaro e scorrevole, utilizzando in modo corretto il linguaggio specifico
- operare collegamenti e deduzioni logiche
- rielaborare in modo critico le proprie conoscenze e operare sintesi

- utilizzare conoscenze e competenze per la risoluzione di problemi di vario tipo, individuando la strategia migliore
- operare con simbolismo matematico, riconoscendo le regole

1.a Competenze del sistema di Istruzione Trentino

- 1) Utilizzare i metodi e gli strumenti concettuali e operativi dell'analisi matematica per affrontare situazioni interne ed esterne alla matematica, in particolare di natura fisica
- 2) Rappresentare e analizzare figure geometriche in forma analitica
- 3) Esaminare e costruire modelli matematici, evidenziandone il significato e il valore conoscitivo

1.b Ulteriori Competenze

A) Saper individuare collegamenti tra le varie conoscenze.

B) Saper tradurre un problema reale in un modello matematico, studiarlo e interpretarne i risultati.

Articolazione delle conoscenze e abilità

2 Moduli didattici

Al fine di raggiungere gli obiettivi di competenza di cui sopra vengono messi in atto i seguenti moduli didattici

Modulo 1

Modulo: FUNZIONI.

- Definizioni classificazione e terminologia.
- Funzioni numeriche e matematiche, espressione analitica.
- Funzioni pari e dispari, iniettive, suriettive e biunivoche.
- Funzioni inverse, composte e periodiche.
- Funzioni crescenti e decrescenti, funzioni monotone, zeri di una funzione.
- Grafico di una funzione $y=f(x)$.
- Grafici di funzioni dedotte dalle coniche.
- I grafici e le trasformazioni geometriche.
- Grafici dedotti: dato il grafico di $y = f(x)$, disegnare il grafico di $y = |f(x)|$, $y = f(|x|)$, $y = |f(|x|)|$, $y = \sqrt{f(x)}$, $y = [f(x)]^2$, $y = \frac{1}{f(x)}$, $y = \log[f(x)]$, $y = e^{f(x)}$.
- Grafici di funzioni elementari e funzioni particolari

• Calcolo del dominio delle funzioni (ripasso sulle disequazioni razionali fratte, irrazionali, con moduli, esponenziali, logaritmiche e goniometriche) • Considerazioni su intervalli e intorni, su massimi e minimi, estremi superiore e inferiore e punti di accumulazione. • Esercizi relativi.	
Competenze alla formazione delle quali contribuisce il modulo: • Dal concetto di funzione analizzare semplici funzioni sia analiticamente sia graficamente e operare su funzioni composte e inverse.	
Conoscenze	Abilità
• Concetto di funzione • Significato del dominio • Grafici di funzioni elementari • Proprietà delle funzioni • Funzioni e trasformazioni geometriche • Intorni e punti di accumulazione	• Saper riconoscere e applicare le proprietà di una funzione • Calcolare il dominio di una funzione • Saper rappresentare il grafico di funzioni mediante trasformazioni geometriche • Saper rappresentare il grafico di funzioni dedotte da coniche

Modulo 2

Modulo: **LIMITI E FUNZIONI CONTINUE**

TEORIA DEI LIMITI DELLE FUNZIONI

- Concetto intuitivo di limite.
- Definizione di limite finito di una funzione per x che tende a un valore finito.
- Limiti destro e sinistro, per difetto e per eccesso.
- Definizione di limite infinito di una funzione per x che tende a un valore finito.
- Definizione di limite finito di una funzione per x che tende all'infinito.
- Definizione di limite infinito di una funzione per x che tende all'infinito.
- Teoremi generali sui limiti: dell'unicità, della permanenza del segno, del confronto.
- Asintoti orizzontali, verticali e obliqui.
- Esercizi relativi.

FUNZIONI CONTINUE

- Definizione di funzione continua e punti di discontinuità.
- Analisi e classificazione dei punti di discontinuità delle funzioni.
- Proprietà delle funzioni continue.
- Continuità delle funzioni elementari.
- Esistenza del limite delle funzioni continue.
- Calcolo dei limiti delle funzioni continue.

- Esercizi relativi.

L'ALGEBRA DEI LIMITI E DELLE FUNZIONI CONTINUE.

- Limite della somma algebrica e del prodotto di funzioni continue.
- Limite del reciproco di una funzione e del quoziente di due funzioni.
- Limite della radice e del valore assoluto di una funzione.
- Limite delle funzioni inverse e delle funzioni composte. Cambio di variabile.
- Limite delle funzioni razionali intere.
- Limite delle funzioni razionali fratte per $x \rightarrow c$ e c finito e per $x \rightarrow \infty$.
- Limiti notevoli.
- Analisi delle forme indeterminate.
- Esempi di calcolo di limiti.
- Infinitesimi e infiniti e loro confronto.
- Ordine e parte principale di un infinitesimo e di un infinito.
- Grafico probabile di una funzione.
- Calcolo di eventuali massimi e minimi con il metodo del fascio improprio di rette.
- Esercizi relativi.

Competenze alla formazione delle quali contribuisce il modulo:

- Utilizzo del concetto di limite per analizzare le funzioni

Conoscenze	Abilità
• Limite destro e sinistro di una funzione • Limite finiti e infinito di una funzione e la sua interpretazione • Teoremi sui limiti e limiti notevoli • Forme indeterminate • Continuità di una funzione in un punto e in un intervallo • Asintoti di una funzione • Teoremi sulle funzioni continue	• Utilizzare i teoremi sui limiti per determinare o verificare i limiti delle funzioni in alcuni casi particolari • Calcolare i limiti di funzioni di vario tipo applicando i teoremi sulle diverse operazioni • Riconoscere i limiti che si presentano in forma indeterminata ed eliminarne l'indeterminazione mediante opportune trasformazioni • Determinare gli asintoti di una funzione • Studiare la continuità di una funzione • Riconoscere e classificare i punti di discontinuità delle funzioni • Applicare i teoremi sulle funzioni continue • Confrontare tra loro infinitesimi od infiniti e determinarne l'ordine • Tracciare il grafico di una funzione applicando le conoscenze acquisite

Modulo 3

Modulo: **SUCCESSIONI E SERIE**

SUCCESSIONI NUMERICHE:

- Il principio di induzione
- Definizione e rappresentazione
- Progressioni aritmetiche
- Progressioni geometriche
- Proprietà delle successioni
- Calcolo del limite di una successione
- Principio di induzione
- Esercizi relativi.

SERIE NUMERICHE:

- Definizione e convergenza
- Serie geometrica e telescopica
- Esercizi relativi.

Competenze alla formazione delle quali contribuisce il modulo:

- Padroneggiare le tecniche e le procedure del calcolo dove compaiono successioni e serie

Conoscenze	Abilità
• Concetto di successione e convergenza • Le progressioni e i loro termini • Concetto di serie • Le serie geometrica e telescopica	• Saper risolvere limiti di successioni • Saper risolvere problematiche riguardanti i termini delle progressioni • Saper costruire e risolvere questioni sulle progressioni derivanti dal mondo reale • Saper calcolare la convergenza di alcune serie.

Modulo 4

Modulo: **TEORIA DELLA DERIVATA E STUDIO DI UNA FUNZIONE.**

DERIVATA DI UNA FUNZIONE.

- Definizione e nozioni fondamentali sulle derivate.
- Significato geometrico della derivata.
- Continuità e derivabilità delle funzioni.
- Derivate delle funzioni fondamentali.
- Teoremi sul calcolo delle derivate.
- Derivata della somma algebrica, del prodotto e del quoziente di due funzioni.
- Derivata delle funzioni composte e delle funzioni inverse.

- Derivata logaritmica ed esponenziale e della funzione $y=[f(x)]^{g(x)}$.
- Derivate di ordine superiore al primo.
- Differenziale di una funzione.
- Applicazioni delle derivate.
- Esercizi relativi.

TEOREMI SULLE FUNZIONI DERIVABILI.

- Teoremi di Rolle e di Lagrange e loro applicazioni.
- Funzioni derivabili crescenti e decrescenti.
- Teorema di Cauchy.
- Teorema di De L'Hôpital e sue applicazioni.
- La formula di Taylor e polinomi di Mac-Laurin.
- Esercizi relativi.

MASSIMI, MINIMI E FLESSI.

- Definizioni di massimo, minimo e flesso.
- Teoremi sui massimi e minimi relativi.
- Ricerca di massimi e minimi relativi e assoluti e relativi.
- Concavità di una curva e ricerca dei punti di flesso.
- Ricerca dei massimi, minimi e flessi a tangente orizzontale con il metodo delle derivate successive.
- Massimi e minimi in punti di non derivabilità.
- Problemi di massimo e minimo di natura qualsiasi, di geometria del piano, dello spazio e analitica
- Esercizi relativi.

STUDIO DI FUNZIONI.

- Schema generale per lo studio di una funzione.
- Calcolo dei limiti e analisi degli asintoti.
- La funzione derivata prima. Crescenza e decrescenza, massimi e minimi
- La derivata seconda. Concavità e flessi
- Analisi dei punti critici
- Esempi notevoli di studio e di tracciamento di funzioni. (razionali, irrazionali, fratte, logaritmiche, esponenziali e goniometriche)
- Esercizi relativi.

Competenze alla formazione delle quali contribuisce il modulo:

- Utilizzare i metodi e gli strumenti studiati per interpretare e risolvere problemi interni alla matematica, alla fisica e ad altri contesti conoscitivi.
- Utilizzare i metodi e gli strumenti studiati per saper costruire un modello e risolvere un problema di massimo e minimo in diversi contesti.

Conoscenze	Abilità
• Derivata di una funzione in un punto e sua interpretazione geometrica	• Calcolare la derivata di una funzione

• Funzione derivata e derivate successive • Continuità e derivabilità • Le derivate delle funzioni fondamentali • Operazioni con le derivate • Derivata di una funzione inversa e di una funzione composta • Concetto di differenziale di una funzione • Teoremi di Lagrange, Rolle, Cauchy e De L'Hôpital • Punti stazionari e punti critici • Massimi e minimi relativi e assoluti • Concavità e flessi	• Utilizzare i teoremi di Lagrange, Rolle, Cauchy e De L'Hôpital • Studiare massimi e minimi, crescita e decrescenza di una funzione • Studiare concavità e flessi di una funzione • Effettuare uno studio completo di una funzione e rappresentarne il suo grafico • Risolvere problemi di massimo e minimo in contesti diversi • Modellizzare e studiare fenomeni reali con lo studio di funzione
--	--

Modulo 5

Modulo: TEORIA DELL'INTEGRALE DI UNA FUNZIONE.

INTEGRALI INDEFINITI.

- Definizione di integrale indefinito.
- Integrazioni immediate.
- Integrazione di funzioni razionali fratte. Casi particolari.
- Integrazione per sostituzione.
- Integrali per parti.
- Integrali di particolari funzioni irrazionali.
- Esercizi relativi.

INTEGRALI DEFINITI.

- Introduzione intuitiva al concetto di integrale definito di una funzione continua.
- Proprietà dell'integrale definito.
- Teorema della media.
- Teorema fondamentale del calcolo integrale.
- Relazione tra funzione integrale e integrale definito e formula fondamentale del calcolo integrale.
- Area della parte di piano delimitata dal grafico di due funzioni.
- Esempi di calcolo di aree e valori medi.
- Applicazione degli integrali definiti.
- Volumi di solidi di rotazione.
- Calcolo di particolari volumi
- Calcolo di integrali impropri. Calcolo di area per funzioni non continue o estese a intervalli illimitati.
- Esercizi relativi.

Competenze alla formazione delle quali contribuisce il modulo:

- Utilizzare il concetto di integrale per completare le conoscenze relative alle funzioni in contesti diversi

Conoscenze	Abilità
• Primitive di una funzione • Integrale indefinito e sue proprietà • Metodi di integrazione • Integrale indefinito e sue proprietà • Il teorema fondamentale del calcolo integrale • Integrali impropri	• Utilizzare i diversi metodi di integrazione per il calcolo degli integrali indefiniti • Calcolare gli integrali definiti • Applicare gli integrali definiti per il calcolo di aree di figure piane e volumi di solidi

Modulo 6

Modulo: ANALISI NUMERICA.

ANALISI NUMERICA.

- Risoluzione approssimata di equazioni.
- Il metodo delle secanti, delle corde e delle tangenti di Newton.
- Il metodo del punto unito.
- Integrazione numerica.
- I metodi dei rettangoli, dei trapezi e di Cavalieri-Simpson.
- Esercizi relativi.

Competenze alla formazione delle quali contribuisce il modulo:

- Utilizzare i metodi di analisi numerica in contesti dove il calcolo esatto non è applicabile

Conoscenze	Abilità
• Metodi per il calcolo della soluzione approssimata di una equazione trascendente • Metodi di integrazione numerica	• Calcolare la soluzione approssimata di una equazione trascendente o dello zero di una funzione • Calcolare l'area approssimata sottesa da una funzione

Modulo 7

Modulo: EQUAZIONI DIFFERENZIALI.

EQUAZIONI DIFFERENZIALI.

- Introduzione e definizioni fondamentali
- Integrale di una equazione differenziale e problema di Cauchy.
- Equazioni differenziali del primo ordine: esempi fondamentali.

• Equazioni differenziali a variabili separate e separabili • Equazioni differenziali lineari del primo ordine • Equazioni differenziali lineari del secondo ordine omogenee e non omogenee: esempi fondamentali. • Applicazioni delle equazioni differenziali • Esercizi relativi.	
Competenze alla formazione delle quali contribuisce il modulo: • Saper interpretare e fare calcoli su fenomeni modellizzabili da funzioni e dalle proprie derivate	
Conoscenze	Abilità
• Equazione differenziale • Vari tipi di equazioni differenziali • Proprietà delle equazioni differenziali • Problema di Cauchy	• Risolvere una equazione differenziale • Risolvere un problema di Cauchy • Modellizzare un fenomeno con una equazione differenziale

Modulo 8

Modulo: **GEOMETRIA ANALITICA DELLO SPAZIO.**

COORDINATE CARTESIANE NELLO SPAZIO:

- Sistema di riferimento
- Distanza tra due punti
- Punto medio di un segmento e baricentro di un triangolo
- Esercizi relativi

VETTORI NELLO SPAZIO:

- Componenti cartesiane e operazioni
- Vettori paralleli e perpendicolari

IL PIANO:

- Equazione generale e casi particolari
- Piano passante per tre punti
- Posizione reciproca tra due piani
- Piani paralleli e perpendicolari
- Distanza tra un punto da un piano
- Esercizi relativi.

LA RETTA:

- Equazione parametriche
- Equazioni cartesiane
- Retta passante per due punti
- Retta come intersezione di due piani

• Posizione reciproca tra due piani • Rette parallele, perpendicolari e sghembe • Distanza tra un punto e una retta • Posizione reciproca di una retta e un piano • Esercizi relativi. <u>ALCUNE SUPERFICI NOTEVOLI:</u> • Superficie sferica, cilindrica e conica • Ellissoidi, iperboloidi e paraboloidi.	
Competenze alla formazione delle quali contribuisce il modulo: • Analizzare le figure geometriche dello spazio, sia in forma sintetica che analitica e geometrica. • Individuare e studiare problematiche relative alla retta e al piano nello spazio. • Conoscere alcune superfici notevoli nello spazio.	
Conoscenze	Abilità
• Distanza tra punti e punto medio di un segmento. • I vettori nello spazio e la loro rappresentazione. • Il piano nello spazio cartesiano e le varie equazioni • La retta nello spazio cartesiano e le varie equazioni • Posizioni reciproche • Parallelismo e perpendicolarità • Distanza punto piano • Distanza punto retta • Alcune superfici notevoli	• Applicare le formule relative a punti, rette e piani nello spazio • Risolvere problematiche relative a posizioni reciproche di piani e rette nello spazio • Risolvere problematiche relative a distanze punto piano o punto retta. • Risolvere problematiche relative ad alcune superfici notevoli.

Modulo 9

Modulo: <u>DISTRIBUZIONI DI PROBABILITA'</u>	
• Variabili aleatorie discrete e distribuzione di probabilità • Valori caratterizzanti una variabile aleatoria discreta • Distribuzioni, uniforme, binomiale e di Poisson • Variabili aleatorie continue e densità di probabilità • Distribuzione uniforme continua e distribuzione Gaussiana • Esercizi relativi.	
Competenze alla formazione delle quali contribuisce il modulo: • Saper modellizzare e operare in contesti dove intervengono variabili aleatorie.	
Conoscenze	Abilità

- Variabili aleatorie e applicazione
- Principali variabili aleatorie.

- Saper operare con le variabili aleatorie
- Saper modellizzare problemi reali con le principali variabili aleatorie continue e discrete.